

Notas Metodológicas

de Historia Económica y Finanzas

del Prof. Daniel Lahoud

IIES-FACES-UCAB Caracas

Año I. Nota No. 9

Caracas, 07 de Junio de 2024

El Mercado de Rentas Fijas

Resulta necesario definir los instrumentos de Renta Fija y estos son contratos previsible, y lo son, porque tienen flujos fijos, bien sea en términos de plazo, y en algunas ocasiones en términos de plazo y monto (cuando las tasas son fijas), eso es lo que los involucra con la matemática de las tasas de interés, tanto para evaluarlos, como para analizarlos.

El contrato fundamental es el prospecto de emisión en el cual constan todas las condiciones del título, y que permite tener los insumos para realizar el análisis.

El vencimiento de los instrumentos de rentas fijas se denomina Maduración (Maduration en inglés) y la existencia del mercado de rentas fijas permite establecer tres grupos de instrumentos, en relación al plazo:

Clasificación del mercado por plazos

Tipo de Instrumento	Maduración
Letras (Bills)	M < 2 a
Notas (Notes)	2 a < M < 10 a
Bonos (Bonds)	M > 10 a

Tabla no 1

Hay que recalcar que la mayor parte de los instrumentos denominados letras (Bills en Inglés) son del tipo cero cupón, aunque puede haber cero cupones de mediano e incluso de largo plazo. De la misma manera, son frecuentes en el mercado de Notas (Notes en Inglés) y Bonos (Bonds en Inglés) que los instrumentos sean rentas fijas con cupones, pero eso no impide que existan Ceros (Zeros) de mediano y largo plazo, así como instrumentos con varios cupones en el mercado de letras.

Cero cupones

Denominamos de esta manera, a los instrumentos de renta fija que tienen un solo flujo de entrada (inversión) y un solo flujo de retorno (valor de rescate) por tanto el diagrama de los flujos tiene la siguiente figura:

Diagrama de flujos de un Cero Cupón

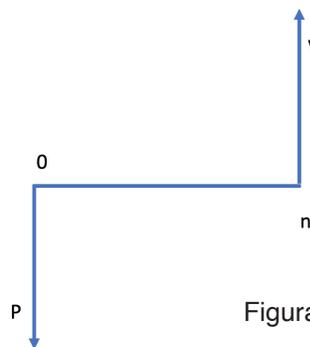


Figura no. 1

Y el rendimiento se calcula de la siguiente manera:

Fórmulas para los cálculos de Cero Cupón

Fórmulas de cero cupón

Para el corto plazo:

$$r = \left(\frac{V}{P} - 1 \right) \left(\frac{360}{n} \right) \quad (1)$$

Para el largo plazo:

$$r = \left(\frac{V}{P} \right)^{\left(\frac{360}{n} \right)} - 1 \quad (2)$$

Clave:

r = rendimiento

V = Valor Final o Valor de Venta

P = Precio

n = plazo en días

Tabla no. 2

En todo caso los instrumentos cero cupón se negocian a descuento, por lo que la tasa de rendimiento es implícita, y como generalmente se transan en mercados libres ese rendimiento es los de mercado para ese plazo.

Otro elemento importante es que siempre que se recupera, bien sea porque se vende o se vence, quien recibe el flujo final puede afirmar que su período de recuperación promedio fue ese, por lo que si se espera al vencimiento, Maduración es igual a Duración.

El término Duración (Duration) significa período promedio de Recuperación de la Inversión.

Resulta útil realizar un ejemplo para notar algunas características en estos instrumentos.

Supongamos que tenemos un cero cupón a 120 días, que es comprado a un precio de 95.1243% del valor nominal, si queremos calcular el rendimiento utilizamos la fórmula que aparece con el número 1, y eso resultaría, en un 15,38%.

Instrumentos de Renta Fija con Cupones

Los instrumentos con cupones tienen la siguiente figura en los flujos de caja, y estos pueden ser a tasa fija o variable,

Diagrama de Flujos de un bono con cupones

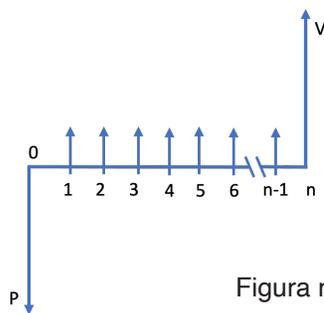


Figura no. 2

y su figura sería aproximadamente esta:

Para analizarlo, es buena idea realizar un ejemplo, con los siguientes datos:

Supongamos que nos piden analizar una nota a 5 años, con cupones semestrales al 12% anual (12% a.p.s), con un precio de 100% (valor nominal) y con amortización única el día de la maduración (Bullet o Baloon).

Lo primero es calcular los flujos de interés de los cupones y el valor final:

Cálculo del Cupón de interés y del Valor Final

Cupones de Interés:

$$I = Vn * c * \left(\frac{360}{p}\right) \quad (3)$$

$$I = 100 * 0.12 * \left(\frac{360}{2}\right) = 6$$

Valor Final:

$$Vf = Vn * \left(1 + c * \left(\frac{360}{p}\right)\right) \quad (4)$$

$$Vf = 100 * \left(1 + 0.12 * \left(\frac{360}{2}\right)\right) = 106$$

Tabla no. 3

El diagrama de Flujos sería el que sigue:

Diagrama de Flujos detallado

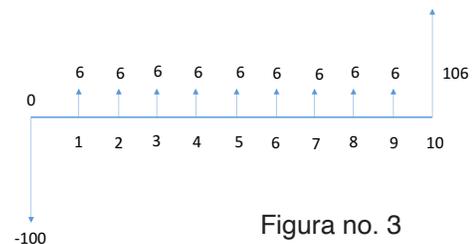


Figura no. 3

Ahora, un bono (en este caso nota) con cupones tiene tres tasas de interés, la del cupón (o tasa de interés nominal), el rendimiento corriente, y el rendimiento al vencimiento, y se calculan de la siguiente manera:

Fórmulas necesarias para analizar bonos

Rendimiento Corriente:

$$r_c = \frac{c}{p} \times 100 \quad (5)$$

Rendimiento al Vencimiento

$$y = TIR(Fci) \quad (6)$$

Valor Presente Neto

$$VPN = -P + \frac{\sum_{t=1}^n Fci}{(1+\frac{y}{p})^t} \quad (7)$$

Tabla no. 4

En cuanto a sus significados:

Cupón: es la tasa nominal de interés de acuerdo al contrato de emisión.

Rendimiento Corriente: también llamado rendimiento efectivo es el rendimiento puro de intereses, debido al precio de compra.

Rendimiento al Vencimiento: es el rendimiento del inversionista si permanece hasta la maduración del instrumento, coincide con la Tasa Interna de Retorno de los flujos de caja del bono, incluyendo el precio y se denomina en inglés Yield

to Maturity.

Se incluye como fórmula el Valor Presente Neto (VPN), porque va a ser necesario para analizar los flujos de caja del bono.

Flujos de caja del bono del ejemplo

	n	Fci
	0	-100
	1	6
	2	6
	3	6
	4	6
	5	6
	6	6
	7	6
Tabla no.5	8	6
	9	6
	10	106

En tal sentido este sería el flujo de caja del bono: Que se debería descontar por la tasa de rendimiento al vencimiento. Como el Bono tiene como precio el valor nominal, esto permite inferir que las tres tasas son iguales, es decir el cupón, la tasa de rendimiento corriente o efectivo y el rendimiento al vencimiento, si lo hacemos quedaría de la siguiente manera:

Flujos de Caja y Flujos descontados

	n	Fci	Fcdi
	0	-100	
	1	6	5.6603774
	2	6	5.3399786
	3	6	5.0377157
	4	6	4.7525620
	5	6	4.4835490
	6	6	4.2297632
	7	6	3.9903427
Tabla no. 6	8	6	3.7644742
	9	6	3.5513908
	10	106	59.1898464
			100.0000000

Como se puede observar la sumatoria del flujo de caja descontado resulta el mismo valor nominal (100%) lo que indica que hemos descontado a la Tasa Interna de Retorno, Es necesario, afirmar además que siempre en Finanzas decimos que el precio no es más que el flujo de caja descontado de la inversión y esto es más que evidente en esa tabla de datos.

Si se calcula el rendimiento corriente por intermedio de la fórmula número 5, se puede notar que además, es la misma tasa del cupón, lo que demuestra la afirmación de identidad de las tres tasas de interés o rendimiento.

Ahora es necesario calcular el período de recuperación promedio de la inversión (Duración) y con éste el riesgo de precios del bono (Duración ajustada o modificada).

Fórmulas de la Duración (Duration) Maccualay y de la Duración Modificada o Ajustada (Adjusted Duration)

Duration Maccualay

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (Fci * n)}{p * \sum_{i=1}^n Fci} \quad (8)$$

Duration Ajustada

$$Da = \frac{D}{(1 + \frac{p}{100})} \quad (9)$$

Tabla no. 7

Para aplicar esto, debemos añadir a los flujos de caja descontados una nueva columna que muestre los flujos de caja descontados multiplicados por el período en el que se presenta, lo que resulta en lo que sigue:

Flujos de caja para analizar el bono

	n	Fci	Fcdi	Fcdixn
	0	-100		
	1	6	5.6603774	5.6603774
	2	6	5.3399786	10.6799573
	3	6	5.0377157	15.1131471
	4	6	4.7525620	19.0102479
	5	6	4.4835490	22.4177452
	6	6	4.2297632	25.3785795
	7	6	3.9903427	27.9323988
	8	6	3.7644742	30.1157938
	9	6	3.5513908	31.9625170
Tabla no. 8	10	106	59.1898464	591.8984635
			100.0000000	780.1692274

Al tener todos estos datos, se puede calcular la duración y la duración modificada, por la aplicación de las fórmulas 8 y 9:

Los resultados nos indicarían que el período de recuperación promedio, o Duration es 3,9008 años (es decir el período de recuperación teórica de la inversión ocurre un poco antes del pago del octavo cupón, y el riesgo de precios resulta 3,68%.

Esto significa que, en teoría si se reciben los 10 flujos, el momento de la recuperación de la inversión, es 3,9008 años, este es un valor teórico, realmente el bono recupera efectivamente la inversión al vencimiento, pero el cálculo nos permite establecer esa condición. De la misma forma, como el riesgo de precios (Duración Modificada) es 3,68% esto significa que si el rendimiento al vencimiento sufre un cambio de 1% bien sea positivo o negativo, su efecto en precio será 3,68% (siempre de manera inversa)

Los cálculos de Rendimiento al Vencimiento, Duración y Duración modificada, solo tienen sentido para bonos de renta fija con cupón fijo, y eso se verá un poco más adelante.

Podemos resumir los resultados obtenidos con la siguiente tabla:

Resultado del análisis de un Bono con precio 100%

	Cupón:	12.0000%
	Rendimiento Efectivo:	12.0000%
	Rendimiento al Vencimiento:	12.0000%
	Duration:	3.9008 años
Tabla no. 9	Duración Modificada:	3.6800%

Resulta buena idea calcular el mismo bono suponiendo que la tasa de rendimiento al vencimiento cambia uno por ciento. Por tanto, se realizará el ejercicio para el bono suponiendo que su tasa de rendimiento al vencimiento es 11% y resultaría lo siguiente:

Análisis del bono con rendimiento 11%

n	Fci	Fcdi	Fcdixn
0	-103.7688		
1	6	5.687204	5.687204
2	6	5.390714	10.781429
3	6	5.109682	15.329046
4	6	4.843300	19.373202
5	6	4.590806	22.954031
6	6	4.351475	26.108850
7	6	4.124621	28.872346
8	6	3.909593	31.276746
9	6	3.705776	33.351980
Tabla no. 10 ¹⁰	106	62.055641	620.556414
		103.768813	814.291247

De los cálculos realizados cuando el bono se negoció a valor par, se estableció que el riesgo de precios era 3,68, por lo que si el rendimiento fuese 11%, el precio debería resultar

103,68%, sin embargo, al calcularlo como valor presente de los flujos descontados nos resulta un precio de 103,7688%, cercano pero un poco por encima del estimado. Los resultados del análisis nos mostrarían además:

Resultado del análisis de un Bono con Prima (precio 103,7688%)

	Cupón:	12.0000%
	Rendimiento Efectivo:	11.5642%
	Rendimiento al Vencimiento:	11.0000%
Tabla no. 11	Duration:	3.9236 años
	Duración Modificada:	3.7015%

Por otra parte, si se hiciera el mismo análisis suponiendo que la tasa de rendimiento es 13%, uno por ciento más que 12%. Resultaría el siguiente análisis:

Análisis del bono con rendimiento 13%

n	Fci	Fcdi	Fcdixn
0	-96.405585		
1	6	5.633803	5.633803
2	6	5.289956	10.579911
3	6	4.967095	14.901284
4	6	4.663939	18.655754
5	6	4.379285	21.896425
6	6	4.112005	24.672028
7	6	3.861037	27.027261
8	6	3.625387	29.003097
9	6	3.404119	30.637074
Tabla no. 12 ¹⁰	106	56.468960	564.689598
		96.405585	747.696235

Si se vuelve a los cálculos realizados cuando el bono se negoció a valor par, se estableció que el riesgo de precios era 3,68, por lo que si el rendimiento fuese 13%, el precio debería resultar 96,32%, sin embargo, al calcularlo como valor presente de los flujos descontados nos resulta un precio de 96.4056%. De nuevo un valor ligeramente mayor que el esperado. Los resultados serían:

Resultado del análisis de un Bono con descuento (precio 96,4056%)

	Cupón:	12.0000%
	Rendimiento Efectivo:	12.4474%
	Rendimiento al Vencimiento:	13.0000%
Tabla no. 13	Duration:	3.8779 años
	Duración Modificada:	3.6584%

Hasta ahora es posible concluir previamente que los bonos con prima tienen mayor riesgo de precios y requieren un poco más de tiempo para recuperar teóricamente la inversión y al contrario que los bonos con descuento tienen menor riesgo de precios y también requieren menos tiempo para recuperar teóricamente la inversión.

Por otra parte se puede anticipar un comportamiento de los rendimientos de la siguiente manera:

Situación	Precio	Relación entre las tasas
Descuento	<100	$c < r < y$
Par	=100	$c = r = y$
Prima	>100	$c > r > y$

Tabla no. 14

Hasta ahora, estos son los resultados del bono con sus tres modalidades de rendimientos al vencimiento, que hemos calculado:

Resumen de indicadores

Precio	Cupón	Rc	y	D (a)	Da (%)
103.7688%	12.0000%	11.5642%	11.0000%	3.9236	3.7015%
100.0000%	12.0000%	12.0000%	12.0000%	3.9008	3.6800%
96.4056%	12.0000%	12.4474%	13.0000%	3.8779	3.6584%

Tabla no. 15

De aquí se puede inferir algunas reglas que son consistentes siempre que realicemos el análisis de este tipo de instrumento:

1. Cuando el precio cambia, la tasa de rendimiento se mueve de manera contraria. Es decir, son de relación inversa.
2. Un precio más elevado provoca un incremento en el período de recuperación y un mayor riesgo de precios. En este sentido son de relación directa.
3. Además existe esta situación:

Es importante ahora explicar el error de aproximación entre la duración ajustada (riesgo de precios) que resulta en un precio estimado distinto al ocurrido en al calcularlo con los valores presentes de los flujos de caja al rendimiento esperado.

En realidad, si se logra deducir la función del bono, esta sería una convexa como se muestra en la figura no. X., mientras que el valor de la duración ajustada es la primera derivada del bono en el punto en el que se hace la referencia, como esa convexa cambia de tendencia justo en el precio de 100% (que coincide con $y=c$) si usamos el valor de la duración modificada, esta muestra una diferencia muy marcada entre el valor estimado y el verdadero precio que re-

Función del bono, convexidad y duración ajustada

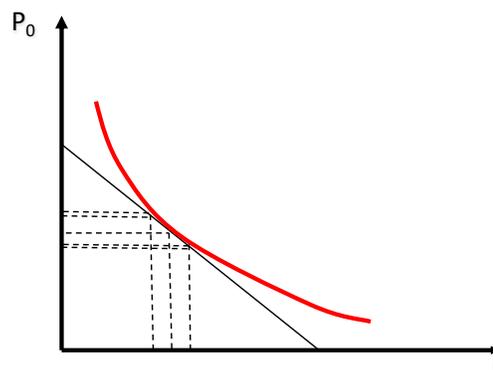


Figura no. 4

sulta en los rendimientos de 11% y 13%. Esa es la razón del error de estimación, pero, ese error disminuye en la medida que avanzamos bien sea en un descuento o en una prima, por lo que el cálculo de la duración ajustada es un buen indicador del riesgo de precios, a sabiendas que el mayor error de estimación ocurre en ese punto. Pero nos alerta, en el sentido que el riesgo importante en los bonos es el riesgo de precios.

Ahora vamos a realizar el análisis de un bono con amortizaciones anticipadas (en inglés los llaman sinking fund), se utilizará un bono muy parecido a los que se vienen trabajando un bono con cupones semestrales al 12% a.p.s., y con cinco amortizaciones iguales en los semestres 6,7,8,9 y 10, el cálculo de intereses del flujo de caja funcionaría de la siguiente manera:

Análisis de un bono con amortizaciones periódicas (sinking fund)

n	Fci	Fcdi	Fcdixn
0	-100		
1	6	5.6603774	5.6603774
2	6	5.3399786	10.6799573
3	6	5.0377157	15.1131471
4	6	4.7525620	19.0102479
5	6	4.4835490	22.4177452
6	26	18.3289741	109.9738443
7	24.8	16.4934164	115.4539149
8	23.6	14.8069320	118.4554557
9	22.4	13.2585256	119.3267302
10	21.2	11.8379693	118.3796927
		100.0000000	654.4711127

Tabla no. 16

Y el resultado del análisis de dicho bono se presenta en la tabla no. 17

Resumen de los indicadores del bono con amortizaciones periódicas

Tabla no. 17	Cupón:	12.0000%
	Rendimiento Efectivo:	12.0000%
	Rendimiento al Vencimiento:	12.0000%
	Duration:	3.2724 años
	Duración Modificada:	3.0871%

Ahora bien, si la ejecución de las amortizaciones fuese en los semestres 2,4,6,8,y 10, el resultado sería:

Análisis del segundo bono de amortizaciones periódicas (sinking fund)

n	Fci	Fcdi	Fcdixn
0	-100		
1	6	5.6603774	5.6603774
2	26	23.1399074	46.2798149
3	4.8	4.0301726	12.0905177
4	24.8	19.6439228	78.5756914
5	3.6	2.6901294	13.4506471
6	23.6	16.6370688	99.8224125
7	2.4	1.5961371	11.1729595
8	22.4	14.0540371	112.4322969
9	1.2	0.7102782	6.3925034
10	21.2	11.8379693	118.3796927
		100.0000000	504.2569135

Tabla no. 18

En la siguiente tabla (no 19) se puede observar un resumen de los valores de los indicadores para este segundo bono de amortizaciones periódicas:

Indicadores del segundo bono de amortizaciones periódicas

Tabla no. 19	Cupón:	12.0000%
	Rendimiento Efectivo:	12.0000%
	Rendimiento al Vencimiento:	12.0000%
	Duration:	2.5213 años
	Duración Modificada:	2.3786%

Es importante entender que en la medida en la que un bono tenga amortizaciones adelantadas, su duración y su riesgo de precios disminuye, por ello el último bono tiene menores valores en esos parámetros, incluso si el número de amortizaciones aumenta, como ocurre en los casos de préstamos bancarios, en los que se amortiza capital de la deuda, en la medida que se cancelan intereses, eso reduce consistentemente tanto el riesgo de impago, como la recuperación teórica de los fondos.

Por último vamos a tratar de entender los bonos de tasa variable (variables en inglés), estos son instrumentos de

renta fija, la razón es porque sus pagos son periódicos y el hecho que sus flujos se calculen a tasa variable, no exceptúa a este instrumento de pertenecer a los de renta fija. El funcionamiento, es generalmente de esta manera, cuando el cupón corriente está a punto de expirar y ser pagado, se calcula la tasa de interés con la que se pagará el siguiente cupón; esto implica que el tenedor del bono sólo tiene precisión del cupón corriente y que sin tener conocimiento de las tasas de los siguientes cupones, irá recibiendo esos flujos, incluso desconociendo el monto del último cupón, si el bono es bullet, o si es un bono de amortizaciones periódicas recibirá estas tal y como lo establece el contrato de emisión. Esa es la razón, por la que este es un instrumento de renta fija, muy a pesar de que los cupones se calculen a tasa variable.

Resulta buena idea realizar un cronograma con los flujos de este bono:

Flujos de fondos de un bono de tasa variable suponiendo que el primer cupón es 12% a.p.s. y el precio 100%

n	Fci
0	-100
1	6
2	?
3	?
4	?
5	?
6	?
7	?
8	?
9	?
10	100+?

Tabla no. 20

Puede notarse que es un instrumento de "elevada incertidumbre" puesto que se desconoce mucho de los flujos que se van a recibir y esta incertidumbre va reduciendo en la medida en la que se extiende la vida del bono. Como el bono calcula la tasa de interés con la que se pagará el siguiente cupón, en ese momento la tasa del bono debería ser la de "mercado", o una tasa muy cercana al nivel de "mercado", por lo que el precio del bono debería ser 100%, eso reduce consistentemente el "riesgo de precios" porque en cada recálculo del cupón el precio debería volver a ser par, lo que provoca que este instrumento de elevada incertidumbre, sea al mismo tiempo el instrumento con menor riesgo de precios, provocando que exista una dicotomía, que permite afirmar lo que dijimos en la nota no 4 referente al riesgo, que incertidumbre y riesgo son dos cosas completamente distintas.

Incertidumbre es el desconocimiento en relación a lo que

pueda ocurrir y riesgo es la estimación en base al pasado de un comportamiento en alguna variable. Otro elemento importante con este bono es que debido a que sólo conocemos el cupón y el precio, sólo puede analizarse por tasa de rendimiento corriente, mostrando que cuando la tasa es variable el rendimiento al vencimiento pierde sentido explicativo, esto ratifica la explicación que dieron Brealey y Myers en su libro de Principios de Finanzas Corporativas, que muestra que fue hasta que la editorial McGraw Hill se lo entregó a Allen, uno de los mejores libros de finanzas, disponibles para la enseñanza de esa disciplina.

Por lo pronto, se puede concluir ratificando lo que dicen Brealey y Myers con respecto a las rentas variables, que la tasa interna de retorno no permite realizar una adecuada decisión, y observar como veremos en alguna posterior nota dedicada a las rentas variables que la duración y la duración modificada, además del uso de la tasa interna de retorno son elementos que solo pueden aplicarse a rentas fijas de tasa fija.

 Daniel Lahoud

Bibliografía:

Brealey, Richard y Myers, Stewart: *Principios de Finanzas Corporativas*, Mc Graw Hill, Segunda Edición, México 1984, ver en específico el Cap. 5

Fabozzi, Frank: *The Handbook of Fixed Income Securities*, Third Edition, Business one Irving, Homewood, 1991.