



ÁREA DE APOYO ACADÉMICO

MATERIALES DE INSTRUCCIÓN SUPLEMENTARIA

PROBLEMAS CON ECUACIONES

MATEMÁTICA I

Caracas, 2021

Tabla de Contenido



1

Definición

2

Tipos de Ecuaciones

3

Ejercicios Resueltos

Introducción

En las ciencias se presentan fenómenos o problemas que se deben estudiar para encontrar soluciones a los mismos. Cuando se presenta alguno se desea resolverlo en el menor tiempo posible y, para ello, existen procedimientos matemáticos que así lo permiten.



La resolución de problemas mediante fórmulas no es limitante al área de las matemáticas, sino también abarca a otras ciencias como la económica y social. Y es en donde la aplicación de **ecuaciones** es esencial para obtener soluciones a los problemas que se presenten.

Definición

Se denomina **ecuación** a una **igualdad** matemática entre dos expresiones algebraicas, en las cuales, se muestran **valores conocidos y desconocidos** (denominados incógnitas). La ecuación se considera cierta, es decir **válida**, solo para determinados valores de la incógnita (variable).



$$ax^2 + bx + c = 0$$

Se debe tener en cuenta que pueden presentarse, en algunos casos, valores que para considerarse como **válidos**,

deben aplicárseles ciertos **criterios lógicos** y, en el presente tema, estar estos dirigidos a las **ciencias sociales**.



Tipos de Ecuaciones

1 Ecuación Lineal

También conocida como **ecuación de primer grado**, es una ecuación que involucra una o más variables y se presenta de la siguiente forma:

$$ax + b = 0$$

Ejercicio

Enunciado

Una empresa vende sus productos de limpieza en 20 unidades monetarias (u.m.) por producto, sus costos de mantenimiento y alquiler se elevan a 80 u.m. por mes, el costo de producir un producto de limpieza es de 10 u.m. ¿Cuántas unidades debe vender la empresa en un mes para llegar a su punto de equilibrio?

Procedimiento

- 1 Identificar la **información** suministrada en el enunciado del problema, así como las **incógnitas** del mismo.

En este caso se deben determinar las **ecuaciones de ingreso y costo**, pues el **punto de equilibrio** se alcanza cuando:

$$\text{Ingresos} - \text{Costos} = 0$$

Ecuación de Ingreso

P = precio
Q = cantidad

Ecuación de Costo

CV = **costos variables** = 10
Q = cantidad
CF = **costos fijos** = 80

$$\text{Ingreso} = P \cdot Q$$

$$\text{Ingreso} = 20Q$$

$$\text{Costo} = CV + CF$$

$$\text{Costo} = 10Q + 80$$

- 2 Se igualan las ecuaciones antes formuladas.

$$\text{Ingreso} = \text{Costo}$$

$$20Q = 10Q + 80$$

- 3 Se despeja Q (cantidades).

$$10Q = 80$$

$$Q = \frac{80}{10}$$

$$Q = 8$$

- 4 Verificación.

$$\text{Ingreso} - \text{Costos} = 0$$

$$20(8) - 10(8) - 80 = 0$$

$$160 - 80 - 80 = 0$$

- 5 Respuesta.

El **punto de equilibrio** se alcanza cuando se **producen** y se **venden 8 unidades**.

Tipos de Ecuaciones

2 Ecuación Cuadrática

También conocida como **ecuación de segundo grado**, es una ecuación en la cual el grado máximo es de dos ² y se presenta de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ejercicio

Enunciado

Trimestralmente una empresa puede vender Q unidades a P unidades monetarias (u.m.) cada uno, en donde la relación de precios por artículo está dado por la siguiente ecuación de demanda: $P = 1120 - 32Q$
¿Cuántos artículos debe vender para obtener ingresos de 9600 u.m.?

Procedimiento

1 Ecuación de ingreso

Nota importante

Al construir la ecuación de ingreso el **precio es variable** y depende de la demanda de artículos, pues son los consumidores quienes van a determinar el precio y la cantidad de artículos que están dispuestos a adquirir, de este modo se obtiene una **función de ingreso cuadrática**.

$$\text{Ingresos} = P \cdot Q$$

$$9600 = (1120 - 32Q)Q$$

- 2 Se aplica la propiedad distributiva y se cambia la posición de los miembros de la expresión.

$$-32Q^2 + 1120Q = 9600$$

- 3 Se iguala a cero (0) la ecuación y debido a 32 es divisible entre cada una de las cantidades se aplica factor común.

$$-32(Q^2 - 35Q + 300) = 0$$

4 Se factoriza.

$$-32(Q - 20)(Q - 15) = 0$$

$$Q = 20 \text{ y } Q = 15$$

5 Se verifica el resultado obtenido.

$$-32(20)^2 + 1120(20) = 9600 \implies 9600 = 9600$$

$$-32(15)^2 + 1120(15) = 9600 \implies 9600 = 9600$$

6 Respuesta.

Los artículos que se deben vender en la empresa para obtener ingresos de 9.600 u.m. son de **20 o 15 artículos**, debido a que; los demandantes están dispuestos a comprar más o menos artículos dependiendo de los precios a los que se oferten, si los fundamentales se mantienen y los demandantes están dispuestos a comprar más artículos, se debe a que la empresa disminuyó sus precios de venta, sin embargo; los **ingresos** de la empresa **serán los mismos** al vender 20 o 15 unidades.

Tipos de Ecuaciones

3 Ecuación Racional

Se presentan en **fracciones polinómicas** y se aplica el **mínimo común múltiplo** de los denominadores, el cual, debe multiplicar a ambos miembros de la ecuación.

Ejercicio

Enunciado

Dos caballos llamados Ambicioso y Afortunado tardan 2 horas en llevar una carreta desde la Esquina la Bolsa en Capitolio hasta el edificio Atrium en la Urbanización el Rosal. Ambicioso, por sí solo, lo hace en 3 horas menos que Afortunado ¿Cuántas horas tarda cada uno de forma separada?

Procedimiento

- 1 Identificar la **información** suministrada en el enunciado del problema, así como las **incógnitas** del mismo.

Tiempo en llevar la carreta desde la esquina La Bolsa hasta El Rosal = x

Tiempo de llevar una carreta de Ambicioso y Afortunado = $\frac{1 \text{ carreta}}{2 \text{ horas}}$

Tiempo de llevar una carreta de Ambicioso = $\frac{1 \text{ carreta}}{x \text{ horas}}$

Tiempo de llevar una carreta de Afortunado = $\frac{1 \text{ carreta}}{x+3 \text{ horas}}$

- 2 Se toman las ecuaciones antes formuladas para conocer el tiempo que les tomó a cada uno de los caballos llevar la carreta.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2}$$

- 3 Se calcula el m.c.m. de los denominadores.

$$mcm = (x+3)(2)(x)$$

- 4 Se divide el denominador con el m.c.m. anteriormente hallado y luego se multiplica con el numerador, esto se realiza con cada una de las fracciones.

$$2(x + 3) + 2x = x^2 + 3x$$

- 5 Se continúa resolviendo con operaciones básicas matemáticas.

$$2x + 6 + 2x = x^2 + 3x$$

$$0 = x^2 + 3x - 4x - 6$$

$$0 = x^2 - x - 6$$

$$0 = (x + 2)(x - 3)$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$x = -2$ No es válido, no se puede tardar menos "x" tiempo.

$x = 3$ Es válido.

- 6 Se verifica el resultado obtenido.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2+1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

7 Respuesta.

Ambicioso tarda 3 horas en llevar la carreta y Afortunado tarda 6 horas en realizar la misma acción.

Tipos de Ecuaciones

4 Sistema de Ecuaciones

Se conforma por ecuaciones que tengan **dos incógnitas** y se desee encontrar una **solución común**.

Ejercicio

Enunciado

Una persona tiene efectivo disponible de 100.000 u.m. y desea comprar instrumentos financieros para mantener el poder adquisitivo de su dinero y generar valor sobre el mismo, por ello; se dirige a su asesor de inversión quien le recomienda comprar **Bonos de Grupo Zuliano C.A.** que serán emitidos en la Bolsa de Valores de Caracas y ofrecen un interés de **40% anual**, **papeles comerciales de Ron Santa Teresa** que serán emitidos en la Bolsa de Caracas y ofrecen un rendimiento de **10% anual** y **certificados electrónicos de inversión del proyecto Wawa de transporte inteligente** que serán emitidos en la Bolsa Descentralizada de Valores de Venezuela y ofrecen un rendimiento de **25% anual**. La cantidad invertida en Bonos es **cinco veces** la de papeles comerciales, los intereses generados al final del año son 31.000 u.m. ¿Cuál es la inversión en cada instrumento?

Procedimiento

- 1 Identificar la **información** suministrada en el enunciado del problema, así como las **incógnitas** del mismo.

Inversión papeles comerciales = x

Inversión en bonos = $5x$

Inversión en certificados electrónicos de inversión (CEI) = y

- 2 Formular las ecuaciones.

$$\begin{cases} x + 5x + y = 100.000 & \text{Inversión} \\ 0,4(5)x + 0,1x + 0,25y = 31.000 & \text{Intereses al año} \end{cases}$$

- 3 Para resolver el sistema, se decide utilizar el **método de sustitución**, por lo que se procede a despejar x de la segunda ecuación, y sustituirla en la primera ecuación.

$$2x + \frac{1}{10}x - \frac{1}{4}y = 31.000$$

$$\frac{20 + 1}{10}x = 31.000 - \frac{1}{4}y$$

$$x = \frac{310.000 - \frac{10}{4}y}{21}$$

- 4 En la ecuación inicial se sustituye la anterior ecuación despejada de x.

$$6x + y = 100.000$$

$$6 \frac{(310.000) - \frac{10}{4}y}{21} + y = 100.000$$

$$\frac{(1.860.000) - 15y}{21} + y = 100.000$$

$$\frac{(1.860.000) - 15y + 21y}{21} = 100.000$$

$$6y = 100.000(21) - 1.860.000$$

$$6y = 2.100.000 - 1.860.000$$

$$y = \frac{240.000}{6}$$

$$y = 40.000$$

- 5 Se sustituye el resultado de “ y ” obtenido en la ecuación inicial de inversión.

$$6x + y = 100.000$$

$$6x + 40.000 = 100.000$$

$$x = \frac{60.000}{6}$$

$$x = 10.000$$

- 6 Respuesta.

La inversión de cada instrumento comercial es de:

Papeles comerciales = **10.000 u.m.**

Bonos = $5(10.000) =$ **50.000 u.m.**

Certificados electrónicos de inversión = **60.000 u.m.**

Cierre

Las ecuaciones, al ser aplicadas para la resolución de problemas (fenómenos) que presentan las ciencias, permiten organizar la información matemáticamente y aplicar procedimientos de manera que faciliten la obtención de resultados (soluciones) a los problemas presentados.

Referencias

Sabal, E. y Omar, J. (s/f). Ecuaciones e Inecuaciones. Guías de Apoyo Matemática I. Caracas, Venezuela: UCAB

Esto es un aporte de:



NEGOCIOS UCAB

En el marco del Programa de
Apoyo Personal Académico.

Profesor Asesor:
Jenifer Campos

Estudiante IS:
Nardy Zambrano

Edición y Montaje:
José Ucha
Sofía Sandoval

MATEMÁTICA I

Caracas, 2021