NEGOCIOS | UCAB

ÁREA DE APOYO ACADÉMICO

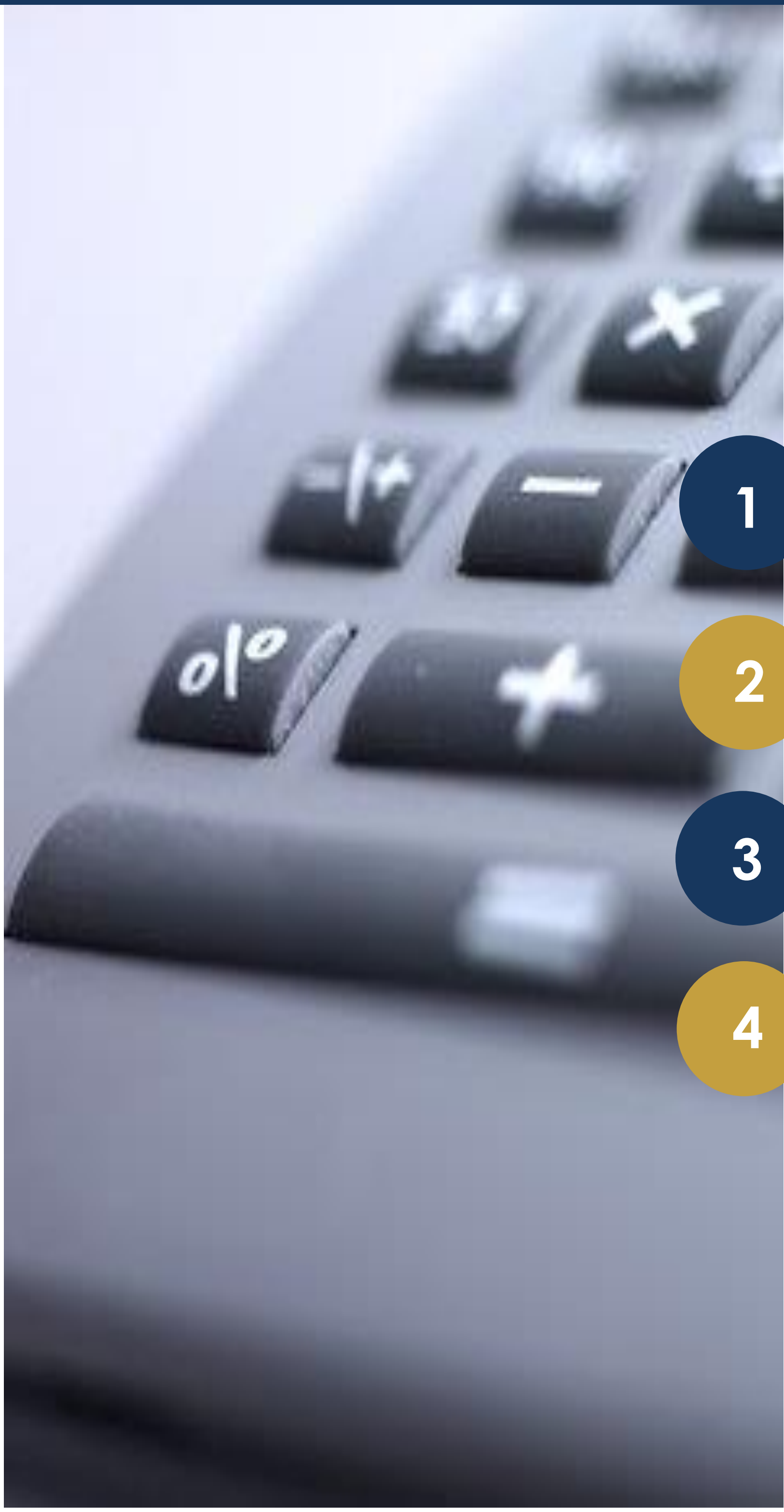
MATERIALES DE INSTRUCCIÓN SUPLEMENTARIA

PRODUCTOS NOTABLES

MATEMÁTICA I

Caracas,2021

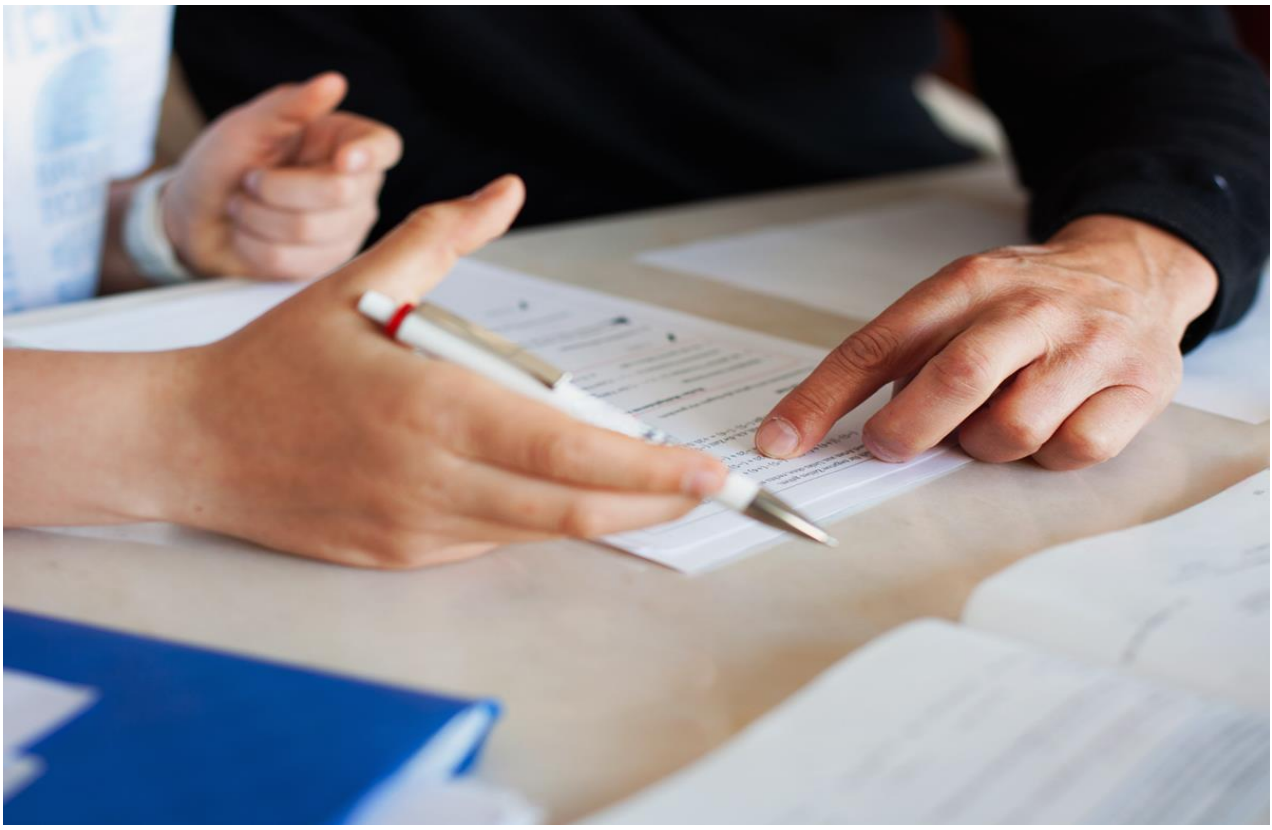
Tabla de Contenido



Introducción

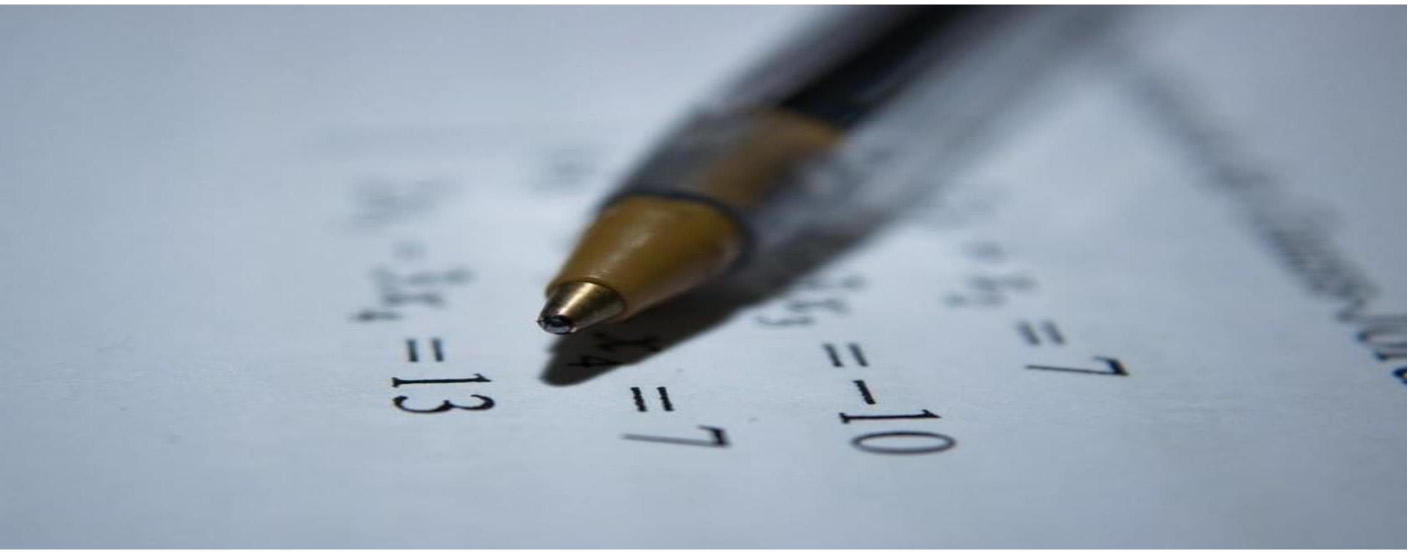
En el área de las matemáticas, especialmente para la resolución de problemas, los cuales, requieren de la aplicación de procedimientos para la obtención de resultados. Es común que, para resolver estos problemas, se desee realizarlo en el menor tiempo posible. Y para ello, existen métodos que permiten agilizar estos procesos.

Los **productos notables** logran cumplir estos objetivos al momento de ser empleados para el desarrollo de las operaciones, dentro de expresiones algebraicas.



Definición

Son **expresiones algebraicas** que aparecen con mucha frecuencia y pueden resolverse con **reglas predeterminadas**.



También se define como el **producto de una multiplicación** que cumple con **reglas fijas**, permitiendo que el resultado de la operación pueda ser escrito de forma anticipada.

Fórmulas

1 Binomio al Cuadrado

Cuadrado de la suma de dos cantidades

Los términos *(a+b)*, denominado como **binomio** se elevan al cuadrado (^{2}). Es decir, se multiplica el binomio por sí mismo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Demostración

1. Binomio (suma)

$$(a+b)^2$$

2. Se multiplica el binomio por sí mismo

$$(a+b).(a+b)$$

3. Se aplica la propiedad distributiva

$$a^2 + ab + ab + b^2$$

4. Se agrupan términos semejantes

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Ejemplos

1. Suma de dos cantidades

$$(2+4)^2$$

$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$(2+4)^2 = (2)^2 + 2(2)(4) + (4)^2$$

$$(2+4)^2 = 4 + 16 + 16$$

$$(2+4)^2 = 36$$

2. Diferencia de dos cantidades

$$(5-9)^2$$

$$\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$(5-9)^2 = (5)^2 - 2(5)(9) + (9)^2$$

$$(5-9)^2 = 25 - 90 + 81$$

$$(5-9)^2 = 16$$

Fórmulas

2 Binomio al Cubo

Cubo de la suma de dos cantidades

Los términos *(a+b)* se elevan al cubo (^{3}).Es decir, se multiplica el binomio por sí mismo tres veces.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Cubo de la diferencia de dos cantidades

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Demostración

1 Binomio (suma)

$$(a+b)^3$$

2 Se multiplica el binomio por sí mismo tres veces

$$(a+b).(a+b).(a+b)$$

3 Se aplica la propiedad distributiva

$$(a^2+ab+ab+b^2).(a+b)$$

4 Se agrupan términos semejantes

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplos

1. Suma de dos cantidades

$$(7+4)^3$$

$$\boldsymbol{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$$(7+4)^3 = (7)^3 + 3(7)^2(4) + 3(7)(4)^2 + (4)^3$$

$$(7+4)^3 = 343 + 336 + 64$$

$$(7+4)^3 = 743$$

2. Diferencia de dos cantidades

$$(1-9)^3$$

$$\boldsymbol{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

$$(1-9)^3 = (1)^3 - 3(1)^2(9) + 3(1)(9)^2 - (9)^3$$

$$(1-9)^3 = 1 - 27 + 243 - 729$$

$$(1-9)^3 = -512$$

Fórmulas

3 Trinomio al Cuadrado

Los términos *(a+b+c)*, se elevan al cuadrado (^{2}).

$$(a+b+c)^2 = (a)^2 + (b)^2 + (c)^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Ejemplo

$$(3+4+10)^2$$

$$\boldsymbol{(a+b+c)^2 = (a)^2 + (b)^2 + (c)^2 + 2ab + 2ac + 2bc}$$

$$(3+4+10)^2 = (3)^2 + (4)^2 + (10)^2 + 2(3)(4) + 2(3)(10) + 2(4)(10)$$

$$(3+4+10)^2 = 9 + 16 + 100 + 24 + 60 + 80$$

$$(3+4+10)^2 = 289$$

Fórmulas

4 Producto de dos Binomios con un Término en Común

$$(a+b).(a+c)=(a)^2+ac+ab+bc$$

Ejemplo

$$(3+2)(3+7)$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}).(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a})^2+\boldsymbol{ac}+\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{bc}$$

$$(3+2)(3+7)=(3)^2+3(7)+3(2)+2(7)$$

$$(3+2)(3+7)=9+21+6+14$$

$$(3+2)(3+7)=50$$

Fórmulas

5 Suma por Diferencia

$$(a+b).(a-b)=(a)^2-(b)^2$$

Ejemplo

$$(5+4).(5-4)$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}).(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=(\boldsymbol{a})^2-(\boldsymbol{b})^2$$

$$(5+4).(5-4)=(5)^2-(4)^2$$

$$(5+4).(5-4)=25-16$$

$$(5+4).(5-4)=9$$

Ejercicios Resueltos

1. Primer ejercicio

$$(y-3)(y^2-9)(y+3)$$

Pasos para su resolución:

1 Se deben considerar **las propiedades de los productos notables** y **asociar cuáles pueden aplicarse** al caso presentado.

Recordemos que, pueden haber ejercicios a los que es posible que se les apliquen más de una propiedad.

2 Seguidamente **aplicamos la propiedad** que, en este caso, es la **suma por diferencia**:

$$(y^2-3^2)(y^2-3^2)$$

3 Se siguen aplicando propiedades, si el ejercicio lo permite. Ahora, podemos emplear el **binomio al cuadrado** puesto a que ambos binomios son iguales.

$$(y^2-3^2)^2$$

$$y^4-2(3^2y^2)+(3^2)^2$$

$$y^4-18y^2+81$$

4 Se continúa resolviendo, mediante operaciones básicas matemáticas, hasta obtener el resultado.

2. Segundo ejercicio

$$\left(\left(-\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}(27m-3)\left(\frac{27}{3}m+1\right)-44-(11m-2)^2\right)\right)\right)^3$$

1 Para su resolución se deben tomar en cuenta los pasos anteriormente mencionados.

Usando operaciones básicas matemáticas se simplifica el ejercicio y se agrupa el primer producto notable.

2 Procedemos a **multiplicar el valor $\frac{1}{3}$ por el primer término** y, de esta manera, podemos utilizar la propiedad suma por la diferencia de productos notables.

$$\left(\left(-\frac{1}{5}\left((9m-1)(9m+1)-44m-(11m-2)^2\right)\right)\right)^3$$

Ahora podemos observar una **suma por la diferencia** y un **binomio al cuadrado**, utilicemos la fórmula del binomio al cuadrado.

$$\left(\left(-\frac{1}{5}\left((9m-1)(9m+1)-44m-\left((11m)^2-44m+4\right)\right)\right)\right)^3$$

Utilizamos la **propiedad distributiva** para cambiar el signo de todos los términos dentro del último paréntesis, agrupamos variables y realizamos las operaciones correspondientes.

$$\left(\left(-\frac{1}{5}\left((9m-1)(9m+1)-44m-121m^2+44m-4\right)\right)\right)^3$$

3 Al aplicar la **suma por la diferencia**, nos queda de esta forma:

$$\left(\left(-\frac{1}{5}((9m^2-1-121m^2-4))\right)\right)^3$$

4 Agrupamos términos similares nuevamente.

$$\left(\left(-\frac{1}{5}(9m^2)-121m^2-5\right)\right)^3$$

En este caso, se decidió aplicar la propiedad distributiva antes de agrupar las variables.

$$\left(-\frac{81m^2}{5}+\frac{121m^2}{5}+1\right)^3$$

Realizamos una suma de fracciones de igual denominador.

$$((8m^2+1))^3$$

Y procedemos a utilizar la regla (fórmula) de **binomios al cubo.**

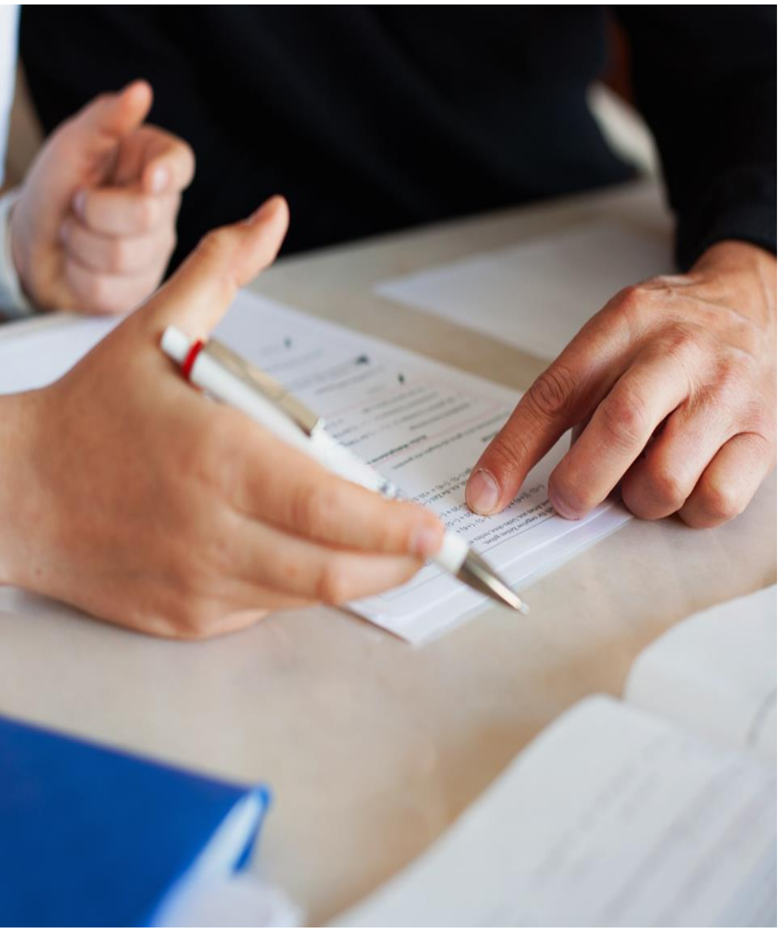
$$(8m^2)^3+3(8m^2)^2+3(8m^2)(1)^2+(1)^3$$

$$512m^6+192m^4+24m^2+1$$

Ejercicios Propuestos

1. $(x-1)(x+1)(x^2+x)$
2. $(3x-5)(3x+2)(9x^2-9x-10)$
3. $(m+2)^3(m-2)^3$
4. $(-x-6)^2(x^2-12x+36)$
5. $\left(\frac{2}{3}x^4-\frac{1}{5}y^5\right)^2\left(\frac{2}{3}x^4+\frac{1}{5}y^5\right)^2$
6. $\sqrt{\left(1+\sqrt{(1-p^2)}\right)}\sqrt{1-\sqrt{1-p^2}}$
7. $\sqrt{3+\sqrt{5}}\sqrt{3-\sqrt{5}}-(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{12-2\sqrt{35}})$

   Sugerencia: Introducir el binomio dentro del radical.
8. $(x+4y)(x-4y)+(3x+2y)^2-(x-4y)^2$
9. $\left(3x-\frac{1}{3}y-\frac{5}{4}\right)^2$
10. $(2x-y)^3-(x+2y)^3-(x+2y)(x-2y)(x^2-4y)$



Cierre

Los productos notables permiten la simplificación de pasos al momento de realizar operaciones de multiplicación dentro de expresiones algebraicas. Esto hace que su aplicación sea tan aceptada y usada, permitiendo que sea más pronta la obtención del resultado del problema matemático.

Referencias

Conamat (2009). Aritmética. México: Pearson Educación.

Hoffmann, J, (2008). Selección de temas de matemática 3. Caracas: SPHINX

Suárez E. y Durán, D. (2002). Matemática 8vo. Caracas: Santillana

Esto es un aporte de:

NEGOCIOS | UCAB

En el marco del Programa de
Apoyo Personal Académico.

Profesor Asesor:
Jenifer Campos

Estudiante IS:
Nardy Zambrano

Edición y Montaje:
José Ucha
Sofía Sandoval

MATEMÁTICA I

Caracas,2021